

Tuyển chọn một số bài thi vào lớp 10 đại trà và chuyên, chủ đề biểu thức đại số. 08/09/2019

Biên tập: TS. Nguyễn Sơn Hà – Trường THPT Chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội

Bài 1. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 1991 – 1992

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}+1} + \frac{\sqrt{a}(b-2)}{ab-1} \right) : \frac{\sqrt{b}}{1-ab}$. a) Rút gọn biểu thức A.

b) Cho $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 6$. Tính giá trị của a và b để biểu thức A nhỏ nhất và tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 2. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 1992 – 1993

Cho biểu thức: $A = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x^2-x}}{1-\sqrt{x}}$. a) Rút gọn A. b) Tìm x để A nhận giá trị dương.

Bài 3. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 1994 – 1995

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{8\sqrt{a}}{a-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}-a-3}{a-1} - \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right)$. a) Rút gọn A. b) So sánh A với 1.

Bài 4. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 1995 – 1996

Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$ a) Rút gọn A. b) Tìm giá trị của a để $A > \frac{1}{6}$.

Bài 5. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 1996 – 1997

Cho biểu thức $P = \frac{2a+4}{a\sqrt{a}-1} + \frac{\sqrt{a}+2}{a+\sqrt{a}+1} - \frac{2}{\sqrt{a}-1}$. a) Rút gọn P. b) Tính giá trị của P khi $a = 3 - 2\sqrt{2}$.

Bài 6. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 1997 – 1998

Cho biểu thức $P = \frac{x\sqrt{x} + 26\sqrt{x} - 19}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$.

a) Rút gọn P. b) Tính giá trị của P khi $x = 7 - 4\sqrt{3}$. c) Với giá trị nào của x thì P đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 7. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 1998 – 1999

Cho biểu thức $P = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(1 - \frac{x+4}{x+\sqrt{x}+1} \right)$. Rút gọn P. 2. Tìm x nguyên để P nguyên dương.

Bài 8. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 1999 – 2000

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$. a) Rút gọn P. b) Tìm các giá trị của x để $P > 0$.

c) Tìm các số m để có các giá trị của x thỏa mãn: $P\sqrt{x} = m - \sqrt{x}$. (học sinh làm sau)

Bài 9. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 2000 – 2001

Cho biểu thức: $P = \left[\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} + \frac{3}{\sqrt{x}-2} \right] : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right)$.

a) Rút gọn P. b) Tính giá trị của P, biết $x = 6 - 2\sqrt{5}$.

c) Tìm các giá trị của n để có x thỏa mãn: $(\sqrt{x}+1)P > \sqrt{x} + n$. 9 (làm sau)

Bài 10. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 2001 – 2002

Cho biểu thức: $P = \left(\sqrt{x} - \frac{x+2}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-4}{1-x} \right)$.

a) Rút gọn P. b) Tìm các giá trị của x thỏa mãn $P < 0$. c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 11. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 2002 – 2003

Cho biểu thức $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$.

a) Rút gọn P. b) Tìm các giá trị của x để $P = -1$.

c) Tìm m để với mọi giá trị $x > 9$ ta có: $m(\sqrt{x}-3)P > x+1$. (làm sau)

Bài 12. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 2003 – 2004

Cho biểu thức $P = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right)$.

a) Rút gọn P. b) Tính giá trị của P, biết $x = \frac{2}{2+\sqrt{3}}$.

c) Tìm giá trị của x thỏa mãn: $P\sqrt{x} = 6\sqrt{x} - 3 - \sqrt{x-4}$. (làm sau)

Bài 13. Đề thi tốt nghiệp THCS Hà Nội năm học 2004 – 2005

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{5\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}-x} \right) : \left(\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right)$.

a) Rút gọn P. b) Tính giá trị của P biết $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

c) Tìm m để có x thỏa mãn: $P = mx\sqrt{x} - 2mx + 1$. (làm sau)

Bài 14. Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 Hà Nội năm học 2006 – 2007

Cho biểu thức: $P = \left[\frac{a+3\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-1)} - \frac{a+\sqrt{a}}{a-1} \right] : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right)$.

a) Rút gọn biểu thức P. b) Tìm a để $\frac{1}{P} - \frac{\sqrt{a}+1}{8} \geq 1$.

Bài 15. Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 Hà Nội năm học 2007 – 2008

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$.

a) Rút gọn P. b) Tìm các giá trị của x để $P < \frac{1}{2}$.

Bài 16. Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 Hà Nội năm học 2008 – 2009

Bài 17. Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$.

a) Rút gọn P. b) Tính giá trị của P khi $x=4$. c) Tìm giá trị của x để $P = \frac{13}{3}$.

Bài 18. Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 Hà Nội năm học 2009 – 2010

Cho biểu thức: $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$, với $x \geq 0; x \neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức A. b) Tính giá trị biểu thức A khi $x=25$. c) Tìm giá trị của x để $A = -\frac{1}{3}$.

Bài 19. Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 Hà Nội năm học 2010 – 2011

Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức A. b) Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{3}$. c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A.

Bài 20. Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 Hà Nội năm học 2011-2012

Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$ với $x \geq 0, x \neq 25$. Rút gọn biểu thức A. Tìm A khi $x=9$. Tìm x để $A < \frac{1}{3}$

Bài 21. Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 Hà Nội năm học 2012-2013

1) biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=36$.

2) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{4}{\sqrt{x}-4} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0, x \neq 16$)

3) Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên x để giá trị của biểu thức $B(A-1)$ là số nguyên.

Bài 22. ĐTTS vào Trường THPT Nguyễn Tất Thành 2010-2011 Rút gọn $P = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}}$, ở đó $0 < a \neq 1$.

Bài 23. ĐTTS vào Trường THPT Nguyễn Tất Thành 2011-2012. Rút gọn $P = \sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{4-2\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{4+2\sqrt{3}}}$.

Bài 24. ĐTTS lớp 10 THPT Chuyên Ngoại ngữ - ĐH Ngoại ngữ năm học 2009-2010

Cho biểu thức: $A = \frac{8-x}{2+3\sqrt{x}} : \left(2 + \frac{\sqrt{x^2}}{2+3\sqrt{x}} \right) + \left(\frac{\sqrt{x}+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{\sqrt{x^2}-4}{\sqrt{x^2}+2\sqrt{x}}$.

Với $x \neq \pm 8, x \neq 0$, chứng minh rằng giá trị của A không phụ thuộc vào x.

Bài 25.: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{2x}{9-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-3\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$.

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức P có nghĩa và rút gọn P. b) Tìm giá trị của x để $P = -\frac{4}{3}$.

Bài 26. ĐTTS lớp 10 THPT Chuyên ĐH Sư phạm Hà Nội năm học 2010-2011

Cho biểu thức: $A = \left[\frac{3}{2} - \left(x^4 - \frac{x^4+1}{x^2+1} \right) \cdot \frac{x^3-x(4x-1)-4}{x^2+6x^5-x-6} \right] : \frac{x^2+29x+78}{3x^2+12x-36}$.

a) Rút gọn biểu thức A. b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho A có giá trị nguyên.

Bài 28. ĐTTS lớp 10 THPT Chuyên ĐH Sư phạm Hà Nội năm học 2011-2012

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x-y}{2y-x} + \frac{x^2+y^2+y-2}{2y^2+xy-x^2} \right) : \frac{4x^4+4x^2y+y^2-4}{x^2+y+xy+x}$

với $x > 0, y > 0, x \neq 2y, y \neq 2-2x^2$. 1) Rút gọn biểu thức A 2) Cho $y=1$, hãy tìm x sao cho $A = \frac{2}{5}$.

Bài 29. ĐTTS lớp 10 THPT Chuyên ĐH Sư phạm Hà Nội năm học 2012-2013

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}} + \frac{a-b}{\sqrt{a^2-b^2}-a+b} \right) : \frac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2-b^2}}$

với $a > b > 0$. Rút gọn P. Biết $a-b=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 30. ĐTTS lớp 10 THPT Chuyên ĐH Sư phạm Hà Nội năm học 2011-2012

Chứng minh bất đẳng thức $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \frac{1}{\sqrt{5+\sqrt{6}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{79+\sqrt{80}}} > 4$.

Bài 31. ĐTTS lớp 10 THPT Chuyên Ngữ ĐHQG HN năm học 2014-2015

$A = \left(\frac{x+2\sqrt{x}+4}{x\sqrt{x}-8} + \frac{x+2\sqrt{x}+1}{x-1} \right) : \left(3 + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} \right)$ a) Rút gọn A. b) Tìm x để $A > 1$

Bài 32. ĐTTS lớp 10 THPT Chuyên Ngữ ĐHQG HN năm học 2014-2015

Chứng minh rằng $1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \dots + \frac{2014}{2^{2013}} + \frac{2015}{2^{2014}} < 4$

Bài 33. ĐTTS lớp 10 THPT Chuyên ĐH Sư phạm Hà Nội năm học 2014-2015

Cho các số thực dương a, b với $a \neq b$. Chứng minh rằng $\frac{(a-b)^3}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^3} - b\sqrt{b} + 2a\sqrt{a} + \frac{3a+3\sqrt{ab}}{b-a} = 0$

Bài 34. ĐTTS lớp 10 THPT Chuyên ĐH Sư phạm Hà Nội năm 2015

Cho $a > 0, b > 0, a \neq b$. $P = \frac{\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 \right) \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)^2}{\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)}$

a) Chứng minh rằng $P = \frac{1}{ab}$.

b) Giả sử a, b thay đổi thỏa mãn $4a+b+\sqrt{ab}=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Bài 35. ĐTTS lớp 10 THPT Chuyên ĐH Sư phạm Hà Nội năm 2016

$P = \left(\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}} + \frac{1-a}{\sqrt{1-a^2}-1+a} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{a^2}-1} - \frac{1}{a} \right)$

với $0 < a < 1$. Chứng minh rằng $P = -1$.

Bài 36. ĐTTS lớp 10 THPT Chuyên ĐH Sư phạm Hà Nội năm 2018

Cho biểu thức: $P = \frac{2}{(x+1)\sqrt{x+1}+(x-1)\sqrt{x-1}} \cdot \frac{\frac{2x}{\sqrt{x-1}}-\sqrt{x+1}}{\frac{1}{\sqrt{x-1}}-\frac{1}{\sqrt{x+1}}}$ với $x > 1$.

1. Rút gọn biểu thức P. 2) Tìm x để $P = x-1$.

Bài 37. ĐTTS lớp 10 THPT Chuyên ĐH Sư phạm Hà Nội năm 2018, vòng 2

Các số thực x, y không âm thỏa mãn $(x+1)(y+1)=2$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \sqrt{x^2+y^2} - \sqrt{2(x^2+1)(y^2+1)} + 2+xy$$

BÀI 38. ĐỀ THI VÀO LỚP 10 HÀ NỘI NĂM 2019

Cho hai biểu thức $A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$ và $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{x+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với $x \geq 0, x \neq 25$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$. 2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A.B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất