



BÀI GIẢNG SỐ 1. VECTO TRONG KHÔNG GIAN

A. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Một số quy tắc véc tơ

• *Quy tắc cộng véc tơ*: Cho hai điểm A, B . Khi đó $\forall M_1, M_2, \dots, M_n$ bất kỳ ta luôn có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM_1} + \overrightarrow{M_1M_2} + \dots + \overrightarrow{M_{n-1}M_n} + \overrightarrow{M_nB}$

• *Quy tắc trừ véc tơ*: Cho hai điểm A, B . Khi đó với mọi điểm M bất kỳ ta luôn có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}$

• *Quy tắc hình bình hành*: Cho hình hành $ABCD$. Khi đó ta luôn có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

• *Quy tắc trung điểm*: Cho đoạn thẳng AB có I là trung điểm. Khi đó ta luôn có $\overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})$.

• *Quy tắc hình hộp*: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó ta luôn có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

2. Một số khái niệm

• *Điểm chia đoạn thẳng*: Điểm M gọi là *chia đoạn thẳng* AB theo tỷ số $k \neq 1$ nếu $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$.

• *Tính chất của điểm chia đoạn thẳng*: Điểm M chia đoạn thẳng AB theo tỷ số k khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} - k\overrightarrow{OB}}{1 - k}$, $\forall O$ bất kỳ.

• *Trọng tâm của tứ diện*: Trong một tứ diện các đoạn thẳng nối trung điểm các cặp cạnh đối diện đồng quy tại một điểm. Điểm đó gọi là trọng tâm của tứ diện.



3. Các véc tơ đồng phẳng và biểu diễn véc tơ

• *Ba véc tơ không đồng phẳng:* Trong không gian cho ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. bất kỳ khác véc tơ không. Từ một điểm O bất kỳ ta dựng $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$. Nếu O, A, B, C cùng nằm trong một mặt phẳng ta nói ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Ngược lại ta nói chúng đồng phẳng.

• *Tính chất ba véc tơ đồng phẳng:* Cho hai véc tơ \vec{a}, \vec{b} không cùng phương. Ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi tồn tại duy nhất cặp số m, n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

4. Tích vô hướng trong không gian

Với 2 véc tơ bất kì \vec{a} và \vec{b} ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Cho tam giác ABC . Khi đó ta luôn có $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2)$.

B.HOẠT ĐỘNG TRÊN LỚP

1. Khởi động

Học sinh điền đúng (T) hoặc sai (F) vào cột trước bài học của các mệnh đề dưới đây

Trước bài học	Các mệnh đề	Sau bài học
	Ba véc tơ đồng phẳng suy ra đôi 1 cùng phương với nhau	
	Mọi tính chất của véc tơ trong mặt phẳng đều đúng trong không gian	
	Trong một tứ diện $ABCD$, các đường nối đỉnh và trọng tâm của tam giác	



	đối diện đồng quy tại một điểm G và $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.	
	Nếu 3 véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng thì $\vec{a} = m\vec{b} + n\vec{c}$. ($m, n \in \mathbb{R}$).	

2. Giáo viên hướng dẫn học sinh làm các ví dụ

Ví dụ 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, điểm I là trung điểm của đoạn thẳng $B'C'$. Biểu thị vectơ \overrightarrow{AI} qua các vectơ $\overrightarrow{AA'}$, \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{AB} .

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABC$, G là trọng tâm của tam giác ABC , I thuộc AG sao cho $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IG}$. Cho $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$. Phân tích véc tơ \overrightarrow{SI} theo ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính tích vô hướng của hai véc tơ \overrightarrow{SC} và \overrightarrow{AB} .

Ví dụ 4. Trong không gian cho tứ diện $ABCD$, xác định vị trí của điểm M sao cho $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$. Chứng minh rằng đường thẳng BM đi qua trọng tâm tam giác ACD .

Ví dụ 5. Trong không gian cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$. Chứng minh rằng ba vectơ $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{CC'}$, $\overrightarrow{DD'}$ đồng phẳng.

3. Học sinh luyện tập trên lớp

3.1. Bài tập tự luận

Bài luyện số 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt

$$\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}.$$



a) Biểu thị các vectơ $\overrightarrow{B'C}$, $\overrightarrow{BC'}$ qua các vectơ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .

b) Gọi G' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Biểu thị vectơ $\overrightarrow{AG'}$ qua các vectơ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .

Bài luyện số 2. Cho tứ diện $ABCD$. Hãy xác định hai điểm M , N sao cho:

a) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

b) $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$

Bài luyện số 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $ASB = BSC = CSA$.

Tính tích vô hướng của hai vectơ \overrightarrow{SA} và \overrightarrow{BC} .

Bài luyện số 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E , F lần lượt là tâm của hai hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Chứng minh rằng ba vectơ \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{EF} , $\overrightarrow{C'B'}$ đồng phẳng.

3.2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Cho ba điểm không thẳng hàng A , B , C và một điểm M tùy ý trong không gian. Với mọi vị trí của điểm M , ta luôn có:

A. $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

B. $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

C. $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC}$.

D. $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{AB}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O . Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

B. Nếu $ABCD$ là hình thang thì $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} + 2\overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

C. Nếu $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.

D. Nếu $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} + 2\overrightarrow{OD} = \vec{0}$ thì $ABCD$ là hình thang.



Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Các vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
- B. Các vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.
- C. Các vec tơ $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
- D. Các vec tơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Câu 4. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

- A. I là trung điểm của $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
- B. I là trung điểm của $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}, \forall M$.
- C. Từ đẳng thức vec tơ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AD}$ suy ra ba vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.
- D. Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ nên bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giá trị thích hợp của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = k\overrightarrow{AC'}$ là

- A. $k = 4$. B. $k = 1$. C. $k = 0$. D. $k = 2$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$, gọi M là trung điểm của BC . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$.
- B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.
- C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$.
- D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$.

Câu 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào không đúng?

- A. Nếu giá của ba vec tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vec tơ đó đồng phẳng.
- B. Nếu trong ba vec tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vec tơ bằng vec tơ $\vec{0}$ thì ba vec tơ đó đồng phẳng.
- C. Nếu giá của ba vec tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vec tơ đó đồng phẳng.



D. Nếu trong ba vec tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vec tơ cùng phương thì ba vec tơ đó đồng phẳng.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AD} = \vec{b}, \vec{AA'} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm BD' . Khi đó ta có: $\vec{D'M} = k\vec{a} + l\vec{b} + m\vec{c}$. Giá trị của $k + l - 2m$ là

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là giao điểm hai đường chéo của bình hành $ABB'A'$, N là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $BCC'B'$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Ba vectơ $\vec{BD}, \vec{MN}, \vec{B'C'}$ đồng phẳng.
B. $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{CA}$.
C. $\vec{MN} \cdot \vec{BD} = 0$.
D. $\vec{MN} \cdot \vec{BB'} = 0$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N thỏa mãn $\vec{AM} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}, \vec{DN} = \vec{DB} + x\vec{DC}$. Tìm giá trị của x để các đường thẳng AD, BC, MN cùng song song với một đường thẳng.

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

C. BÀI TẬP VỀ NHÀ

1. Bài tập tự luận

Bài tập số 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AD} = \vec{b}, \vec{AA'} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC' . Hãy phân tích vectơ \vec{AM} qua ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Bài tập số 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chứng minh rằng ba vectơ $\vec{BC}, \vec{MN}, \vec{AD}$ đồng phẳng.



Bài tập số 3. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . M là trung điểm của BC . Tính tích vô hướng giữa hai véc tơ \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{CD} .

Bài tập số 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xét điểm M và N lần lượt thuộc các đường thẳng $A'C$ và $C'D$ sao cho $\overrightarrow{MA'} = k\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{NC'} = l\overrightarrow{ND}$ (k và l đều khác 1). Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BB'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{c}$.

a) Hãy biểu thị các véc tơ \overrightarrow{BM} , \overrightarrow{BN} qua các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

b) Xác định các số k, l để MN song song với BD' .

2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Cho ba vec to $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vec to $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}; \vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}; \vec{z} = -3\vec{b} + 2\vec{c}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai vec to \vec{y}, \vec{z} cùng phương.
- B. Hai vec to \vec{x}, \vec{y} cùng phương.
- C. Hai vec to \vec{x}, \vec{z} cùng phương.
- D. Ba vec to $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$ đồng phẳng.

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Giá trị của k thỏa mãn hệ thức vec to $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = k\overrightarrow{OG}$ là

- A. $k = \frac{1}{3}$. B. $k = 2$. C. $k = 3$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 3. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vec to $\overrightarrow{BC'}$ qua các vec to $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

- A. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. B. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
- C. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{DB}) = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{DC})$.
- B. $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{DB}) - \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{DC})$.
- C. $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} - \overline{DB})$.
- D. $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AB} - \overline{DC})$.

Câu 5. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây không đúng?

- A. $\overline{OG} = \frac{1}{4}(\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD})$.
- B. $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$.
- C. $\overline{AG} = \frac{2}{3}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$.
- D. $\overline{AG} = \frac{1}{4}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$.

Câu 6. Cho hai điểm phân biệt A, B và một điểm O bất kỳ không thuộc đường thẳng AB . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overline{OM} = \overline{OA} + \overline{OB}$.
- B. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overline{OM} = \overline{OB} = k\overline{BA}$.
- C. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overline{OM} = k\overline{OA} + (1-k)\overline{OB}$.
- D. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi $\overline{OM} = \overline{OB} = k(\overline{OB} - \overline{OA})$.

Câu 7. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là một điểm bất kỳ trong không gian. Giá trị của k thỏa mãn $\overline{PI} = k(\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD})$ là

- A. 4. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 2.



Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Gọi G' là giao điểm của GA và mặt phẳng (BCD) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{G'G}$.

B. $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{G'G}$.

C. $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G'G}$.

D. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{G'G}$.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc AB, BC, CD, DA sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DP} = k\overrightarrow{DC}$. Giá trị của k để M, N, P, Q đồng phẳng là

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G , I là trung điểm BC . Quỹ tích điểm M thỏa mãn điều kiện $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ là

A. Mặt cầu tâm G bán kính GA .

B. Mặt cầu tâm G bán kính GI .

C. Mặt cầu tâm G bán kính $\frac{AI}{2}$.

D. Mặt cầu tâm G bán kính AI .



ĐÁP ÁN

B. HOẠT ĐỘNG TRÊN LỚP

1. Khởi động

2. Giáo viên hướng dẫn học sinh làm các ví dụ

3. Học sinh luyện tập trên lớp

3.1. Bài tập tự luận

3.2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC}$.

Chọn C.

Câu 2. Chọn B.

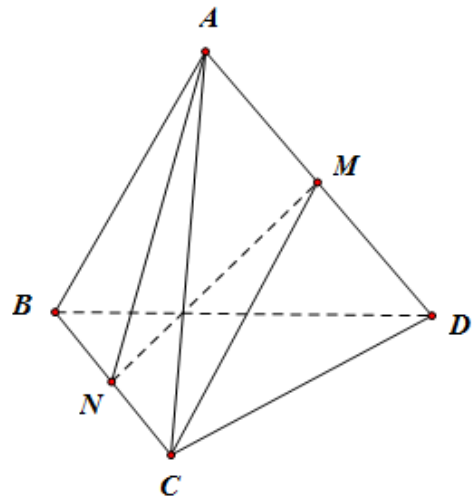
Câu 3. A đúng vì $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$

B đúng vì từ N dựng vector bằng vector \overrightarrow{MN} thì \overrightarrow{MN} không nằm trong mặt phẳng (ABC).

C sai vì \overrightarrow{AN} không nằm trong mặt phẳng (CMN).

D đúng vì $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

Chọn C.



Câu 4. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{0} = \vec{0}$ luôn đúng nên không suy ra được A, B, C, D đồng phẳng.

Chọn D.

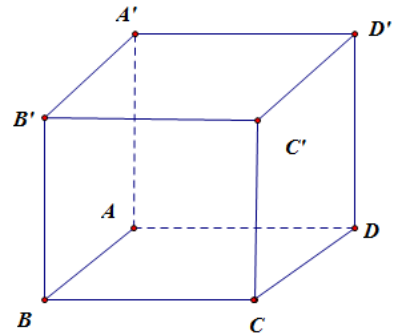


Câu 5. Ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$$

Suy ra $k = 1$.

Chọn B.



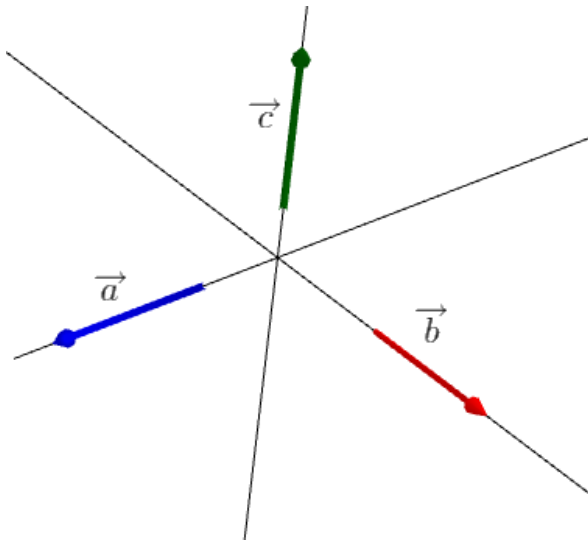
Câu 6. Ta có: $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$$= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$$

$$= \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$$

Chọn A.

Câu 7.





Giả sử $\vec{a} = \vec{0}$ thì ba vec tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng, vì đẳng thức $1.\vec{a} + 0.\vec{b} + 0.\vec{c} = \vec{0}$ luôn đúng.

\Rightarrow B đúng.

- Giả sử hai vec tơ \vec{b}, \vec{c} cùng phương thì $\vec{b} = k\vec{c}$. Khi đó $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là ba vec tơ đồng phẳng vì đẳng thức $0.\vec{a} + 1.\vec{b} - k.\vec{c} = \vec{0}$ luôn đúng

\Rightarrow D đúng.

- C đúng theo định nghĩa ba vec tơ đồng phẳng.

- A sai vì có trường hợp giá của ba vec tơ là ba đường thẳng đồng quy và không đồng phẳng thì ba vec tơ không đồng phẳng.

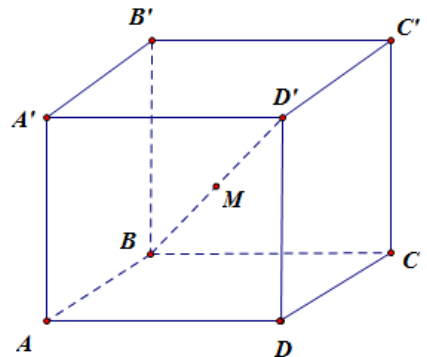
Chọn A.

Câu 8.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{D'M} &= -\frac{1}{2}\overrightarrow{BD'} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'D'}) \\ &= -\frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{c} + \vec{b}) = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow k + l - 2m = 1.$$

Chọn A.



Câu 9.

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{B'C'} + (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC})$$

$$= \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'C'} - 2\overrightarrow{MN}$$

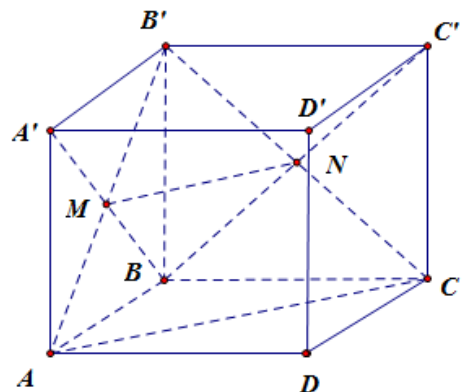
$$(\text{vì } \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MN})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{B'C'} - 2\overrightarrow{MN} \text{ hay ba}$$

vec tơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{B'C'}$ đồng phẳng.

\Rightarrow A đúng.

Chọn A.



Câu 10.

AD, BC, MN cùng song song với một đường thẳng suy ra $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng.

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = -\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + x(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = (1+x)\overrightarrow{AB} - (1+x)\overrightarrow{AD} + x\overrightarrow{BC}$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = (2+x)\overrightarrow{AB} - (1+x)\overrightarrow{AD} + (x+3)\overrightarrow{BC}$$

Để 3 vec tơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng thì $2+x=0$ hay $x=-2$.

Chọn A.

C. BÀI TẬP VỀ NHÀ

1. Bài tập tự luận

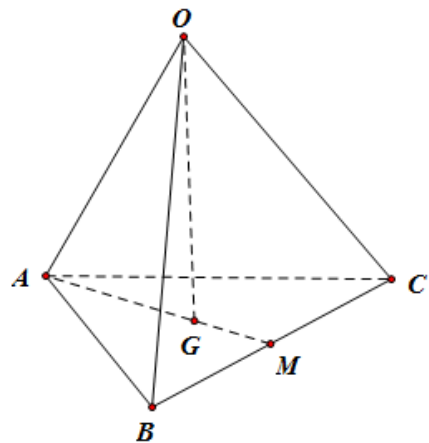
2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Ta thấy $\vec{y} = -2\vec{x}$ suy ra hai vec tơ \vec{x}, \vec{y} cùng phương.

Chọn B.

Câu 2. Gọi M là trung điểm của BC.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OG} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} \\ &= \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \\ &= \overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}) \\ &= \overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}(-2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \\ &= \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \end{aligned}$$

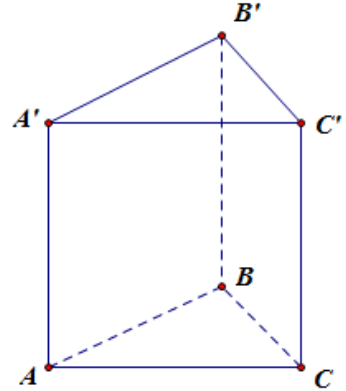


Chọn C.

Câu 3. Ta có:

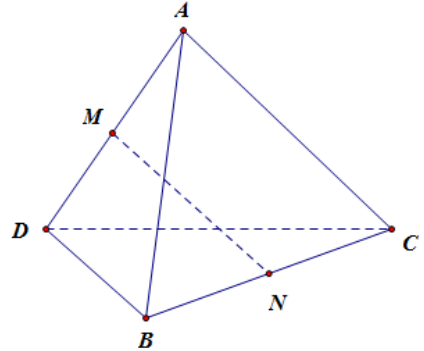
$$\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}.$$

Chọn D.



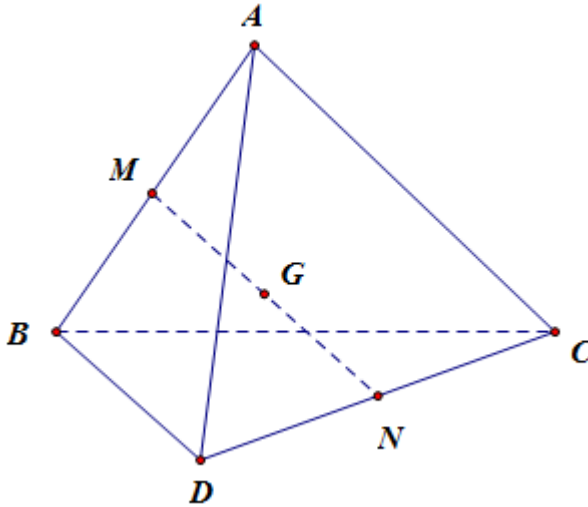
Câu 4.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \\ &= \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{DA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) + \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}). \end{aligned}$$



Chọn A.

Câu 5.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . G là trung điểm của đoạn MN
 $\Rightarrow G$ là trọng tâm tứ diện $ABCD$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \vec{GM} + \vec{GN} &= \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{GM} + 2\vec{GN} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow \vec{GO} + \vec{OA} + \vec{GO} + \vec{OB} + \vec{GO} + \vec{OC} + \vec{GO} + \vec{OD} = \vec{0} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}).$$

\Rightarrow A, B đúng.

$$\vec{AG} = \frac{1}{2}(\vec{AM} + \vec{AN}) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{AC})\right] = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}).$$

\Rightarrow D đúng.

Chọn C.

Câu 6. A. sai vì $\vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OI}$ (I là trung điểm AB) $\Rightarrow \vec{OM} = 2\vec{OI} \Rightarrow O, M, I$ thẳng hàng.

B. sai vì $\vec{OM} = \vec{OB} \Rightarrow M \equiv B$ và $\vec{OB} = k\vec{BA} \Rightarrow O, B, A$ thẳng hàng (vô lý).

C. $\vec{OM} = k\vec{OA} + (1-k)\vec{OB} \Leftrightarrow \vec{OM} - \vec{OB} = k(\vec{OA} - \vec{OB}) \Leftrightarrow \vec{BM} = k\vec{BA} \Rightarrow B, A, M$ thẳng hàng.

D. sai vì $\vec{OB} - \vec{OA} = \vec{AB} \Rightarrow \vec{OB} = k(\vec{OB} - \vec{OA}) = k\vec{AB} \Rightarrow O, B, A$ thẳng hàng (vô lý).



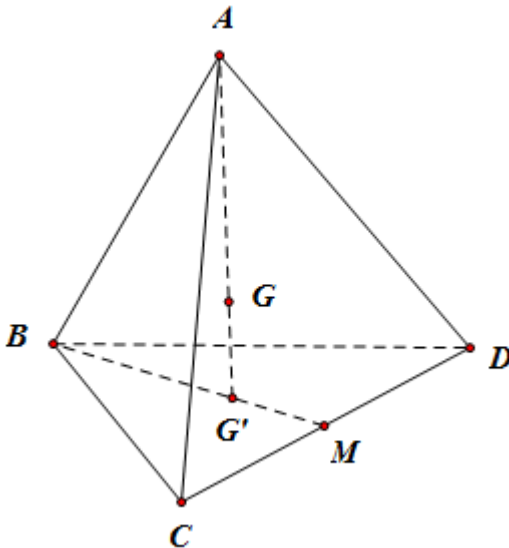
Chọn C.

Câu 7. Ta có $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{PM}, \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PN}$

Nên $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PM} + 2\overrightarrow{PN} = 2(\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}) = 2.2\overrightarrow{PI} = 4\overrightarrow{PI}$.

Vậy $k = \frac{1}{4}$. **Chọn C.**

Câu 8.



G' là giao điểm của GA và mặt phẳng $(BCD) \Rightarrow G'$ là trọng tâm tam giác BCD .

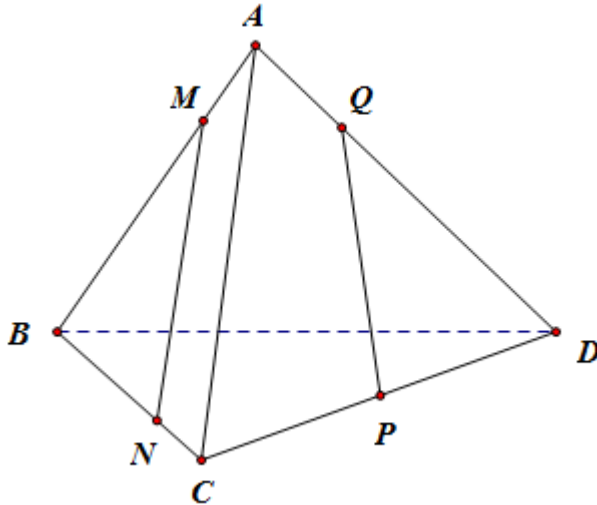
$$\Rightarrow \overrightarrow{G'A} + \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C} = \vec{0}$$

Ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{GA} = -(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = -(3\overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'A} + \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C}) = -3\overrightarrow{GG'} = 3\overrightarrow{G'G}.$$

Chọn C.

Câu 9.



$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} &= \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA} = -\frac{1}{4} \overrightarrow{BA} \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{3}{4} \overrightarrow{BA} \\ \Rightarrow \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BM} &= \frac{3}{4} (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{3}{4} \overrightarrow{AC} \Rightarrow MN \parallel AC \end{aligned}$$

M, N, P, Q đồng phẳng thì $(MNPQ) \cap (ACD) = PQ \parallel AC$

$$\Rightarrow \frac{DP}{DC} = \frac{DQ}{DA} = \frac{3}{4} \Rightarrow \overrightarrow{DP} = \frac{3}{4} \overrightarrow{DC}$$

Suy ra $k = \frac{3}{4}$.

Chọn D.

Câu 10.

Gọi I là trung điểm BC .

G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ suy ra $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

$$\left| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} \right| \left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \right|$$

$$\Leftrightarrow \left| \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD} \right| = \left| 2\overrightarrow{AI} \right|$$

$$\Leftrightarrow \left| 4\overrightarrow{MG} \right| = \left| 2\overrightarrow{AI} \right| \Leftrightarrow MG = \frac{1}{2} AI$$



Vậy quỹ tích điểm M là mặt cầu tâm G bán kính bằng $\frac{1}{2}AI$.

Chọn C.