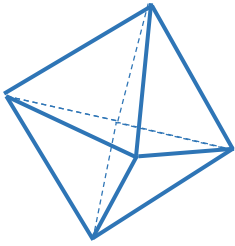


ĐÁP ÁN (Mã đề 132)

1D	2C	3C	4C	5C	6B	7C	8B	9D	10A
11B	12B	13A	14B	15D	16D	17D	18D	19A	20A
21A	22C	23B	24C	25D	26D	27B	28C	29A	30D
31B	32B	33A	34B	35C	36A	37D	38A	39C	40A
41D	42A	43A	44B	45A	46D	47A	48C	49C	50B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT



Khối bát diện đều

STUDY TIP:

Giả sử các hàm số f liên tục trên K và a, b, c là ba số bất kì thuộc K thì

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

STUDY TIP:

Hàm số bậc ba có hai điểm cực trị, nếu hệ số $a > 0$ đồ thị hàm số sẽ có dạng N (mẹo nhớ). Nếu hệ số $a < 0$ thì đồ thị hàm số có dạng ngược lại.

Câu 1: Đáp án D.

Ta có hình bát diện đều như hình bên, nhận thấy hình bát diện đều có tất cả 12 cạnh.

Câu 2: Đáp án C.

Vì là chọn mệnh đề sai nên ta xét từng phương án một.

Với A: A là mệnh đề đúng do đây là tính chất của tích phân.

Với B: B tương tự A cũng là tính chất

Giả sử các hàm số f liên tục trên K và a, b, c là ba số bất kì thuộc K thì

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx.$$

Với C: Nhận thấy C sai do $VP = \int_b^c f(x) dx$.

Câu 3: Đáp án C.

Ta thấy hàm số có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$ hay chính là trục hoành.

Đến đây ta loại A, B và chọn luôn C.

Câu 4: Đáp án C.

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Ta có tiếp $y' > 0; \forall x \in (0; 2)$ nên hàm số đồng biến trên $(0; 2)$.

* Nhận thấy đây là hàm số bậc ba có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$ và có hệ số $a = -1 < 0$, do vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(0; 2)$.

Câu 5: Đáp án C.

Ta có $F(x) = \int e^{3x} dx = \frac{1}{3} \cdot e^{3x} + C$. Mà $F(0) = 1$, do vậy $\frac{1}{3} \cdot e^{3 \cdot 0} + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{2}{3}$.

Câu 6: Đáp án B.

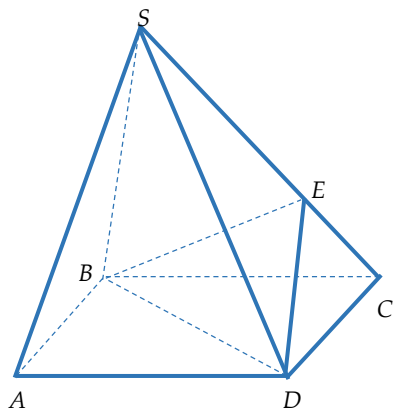
Độ dài đoạn thẳng MN được tính bằng công thức $MN = \sqrt{3^2 + 0^2 + 4^2} = 5$.

Câu 7: Đáp án C.

Ta có $\vec{n} = (-3; 0; 2)$.

Câu 8: Đáp án B.

Từ hình vẽ ta suy ra số phức $z = 3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 2i$. Vậy số phức liên hợp của số phức z có phần thực là 3, phần ảo là -2 .



STUDY TIP:

Chỉ có khối tứ diện được áp dụng công thức tỉ lệ thể tích như bên. Cho hình chóp S.ABC, có các điểm A', B', C' lần lượt nằm trên các cạnh SA, SB, SC thì

$$\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

Câu 9: Đáp án D.

Ta có các mệnh đề A, C sai giống nhau do thiếu các hạng tử ở giữa.

Mệnh đề B sai do $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$.

Câu 10: Đáp án A.

Ta có hình vẽ bên:

Ta thấy $V_{SBCD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$, do hai hình chóp này chung chiều cao và có diện tích đáy ABCD gấp đôi diện tích đáy BCD.

Mặt khác, áp dụng công thức tỉ số thể tích trong hình chóp tam giác ta có:

$$\frac{V_{SBED}}{V_{SBCD}} = \frac{SE}{SC} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SD}{SD} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{SBED} = \frac{2}{3}V_{SBCD} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}$$

Câu 11: Đáp án B.

Ta có $-\pi$ là số không nguyên, do vậy hàm số đã cho xác định khi $2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Câu 12: Đáp án B.

Ta có $I(1; -2; 2) \Rightarrow R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2 - (-m)} = \sqrt{m+9} = 5 \Leftrightarrow m = 16$.

Câu 13: Đáp án A.

Ta thấy hàm số đã cho có hai điểm cực trị là $x = 1$ và $x = 2$. Ta thấy mặc dù đạo hàm của hàm số không tồn tại tại $x = 2$, nhưng hàm số vẫn có thể đạt cực tiểu tại $x = 2$. Điều này đã được tôi phân tích rất rõ trong cuốn "Bộ đề tinh túy môn toán 2017 & cuốn Chất lọc tinh túy môn toán năm 2017".

Câu 14: Đáp án B.

Do thể tích của hình lăng trụ đã cho là $V = B.h = 3a^3$ nên chiều cao của hình lăng trụ đã cho là $h = \frac{3a^3}{B} = \frac{3a^3}{a^2} = 3a$.

Câu 15: Đáp án D.

Với $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Với $m \neq 0$:

Trước tiên, để hàm số đã cho nghịch biến trên \mathbb{R} thì

$$\begin{cases} m < 0 \\ (-3m)^2 - 3.m.(-3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 9m^2 + 9m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m < 0$$

Với $-1 \leq m < 0$, để đồ thị hàm số đã cho không có tiếp tuyến song song với trục hoành thì hệ số góc $k = f'(x_0) \neq 0$ với mọi x_0 , tức là phương trình $y' = 0$ vô nghiệm, vậy ta chọn D.

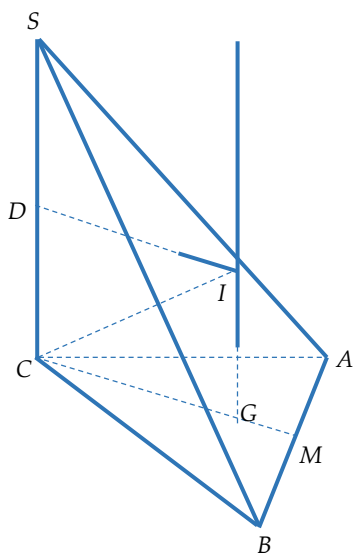
Câu 16: Đáp án D.

Kẻ trục đường tròn của tam giác ABC, lấy giao điểm I của đường trung trực cạnh SC và trục đường tròn, khi đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp S.ABC. Kí hiệu như hình vẽ:

Khi đó IC là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp. Ta có IDCG là hình chữ

nhật, nên $IC = \sqrt{CD^2 + CG^2} = \sqrt{\frac{SC^2}{4} + \frac{4CM^2}{9}} = \sqrt{\frac{(2a)^2}{4} + \frac{4 \cdot \left(\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{9}} = 2a$.

Đến đây ta có thể tự đưa ra công thức tổng quát cho các bài sau.



Câu 17: Đáp án D.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{4x^3}{x^4 + 1} \Rightarrow f'(1) = \frac{4}{2} = 2.$$

Câu 18: Đáp án D.

Ta có $y' = (x^2 e^x)' = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$, khi đó bất phương trình $y' < 0$ trở thành $2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x < 0 \Leftrightarrow e^x (2x + x^2) < 0 \Leftrightarrow x(x + 2) < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 0$ (Do $e^x > 0$)

Câu 19: Đáp án A.

$$\text{Ta có } \vec{u}_d = (-3; 1; -2); \vec{u}_{d'} = (6; -2; 4) = -2\vec{u}_d.$$

Lấy $A(2; -2; -1) \in d$, nhận thấy $A \notin d'$. Do vậy $d \parallel d'$.

Câu 20: Đáp án A.

$$\text{Ta có } f'(x) = 3 - \frac{3}{(x+2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)^2 = 1 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1 \text{ (do ta xét trên tập } D).$$

Ta có bảng xét dấu:

x	-2	-1	1
y'	-	0	+

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị là $x = 0$. Vậy B đúng.

Ta thấy, ta không so sánh được $f(1)$ có phải GTLN của hàm số trên D hay không, do vậy hàm số không đạt GTLN trên D , tức A sai.

Câu 21: Đáp án A.

$$\text{Ta có } \vec{BA} = (0; 1; 0), \vec{BC} = (1; -1; 0).$$

$$\text{Khi đó } \cos ABC = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{BA \cdot BC} = \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 0}{\sqrt{(1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow ABC = 135^\circ.$$

Câu 22: Đáp án C.

$$\text{Cách 1. Ta có } 2^{x^2-1} = 3^{x+1} \Leftrightarrow x^2 - 1 = \log_2(3^{x+1}) \Leftrightarrow x^2 - 1 = \frac{\log_3 3^{x+1}}{\log_3 2} = \frac{x+1}{\log_3 2}$$

$$\Leftrightarrow \log_3 2 \cdot (x^2) - x - 1 - \log_3 2 = 0, \text{ do phương trình đã cho có hai nghiệm, nên áp}$$

$$\text{dụng định lý Viet ta có } \begin{cases} a + b = \frac{1}{\log_3 2} \\ ab = \frac{-1 - \log_3 2}{\log_3 2} \end{cases} \Rightarrow ab + a + b = -1.$$

$$\text{Cách 2. Ta có } 2^{x^2-1} = 3^{x+1} \Leftrightarrow 2^{(x-1)(x+1)} = 3^{x+1} \Leftrightarrow \left(\frac{2^{x-1}}{3}\right)^{x+1} = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ \frac{2^{x-1}}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 = a \\ x = 1 + \log_2 3 = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b + ab = -1 + (1 + \log_2 3) - (1 + \log_2 3) = -1.$$

Câu 23: Đáp án B.**STUDY TIP:**

Nhiều độc giả nhầm lẫn giữa công thức tính cos góc giữa hai vecto và góc giữa hai đường thẳng. Góc giữa hai đường thẳng luôn là góc nhọn, còn góc giữa hai vecto, có thể nhọn hoặc tù, (do vậy trong công thức tính cos góc giữa hai vecto không có trị tuyệt đối ở tử).

Ta có, do a, b đều là các số âm, do vậy không tồn tại $\ln a, \ln b$, nên ta chọn B.

Câu 24: Đáp án D.

Nhận thấy, để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau thì ta sử dụng phép suy diễn đồ thị, đây là bài toán tương tự mà tôi nhắc đến trong câu 3 đề 1 cuốn “Bộ đề tinh túy môn toán năm 2017”, cũng là bài toán xuất hiện trong đề thi thử của Sở GD&ĐT Hưng Yên và Đề Chuyên Lam Sơn mà tôi đã giải chi tiết. Như sau:

Ta có đồ thị của hàm $y = |f(x)|$ như hình bên.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$ (cùng phương Ox) là số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$.

Vậy để phương trình trên có 4 nghiệm đôi một khác nhau thì $\begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$.

Câu 25: Đáp án D.

Ta thấy đây là dạng tích phân mà tôi đã nhắc đến trong chuyên đề bổ sung một số vấn đề về tích phân.

$$\text{Ta có } \frac{3}{x^2 + 3x} = \frac{3}{x(x+3)} = \frac{(x+3) - x}{x(x+3)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3}.$$

Do vậy

$$\int_1^5 \frac{3}{x^2 + 3x} dx = \int_1^5 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right) dx = (\ln|x| - \ln|x+3|) \Big|_1^5 = \ln 5 - \ln 8 - \ln 1 + \ln 4$$

$$= \ln 5 - 3 \ln 2 + 2 \ln 2 = \ln 5 - \ln 2 \Rightarrow a + b = 0.$$

Câu 26: Đáp án D.

Kí hiệu như hình vẽ ta có:

Với H là giao điểm của AC, BD , khi đó H là tâm của hình vuông $ABCD$, suy ra

SH là đường cao của khối chóp $S.ABCD$. Vậy $SMH = 45^\circ \Rightarrow$ tam giác SHM

vuông cân tại H . Vậy $SH = HM = \frac{AB}{2} = \frac{AC}{2\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

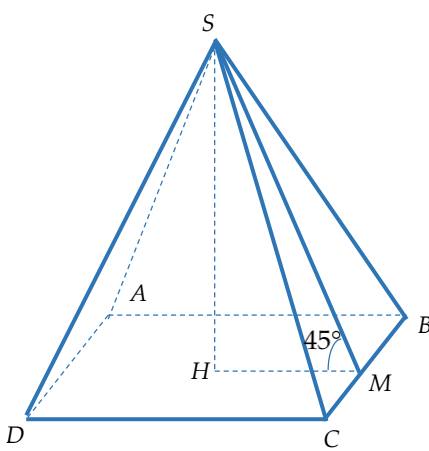
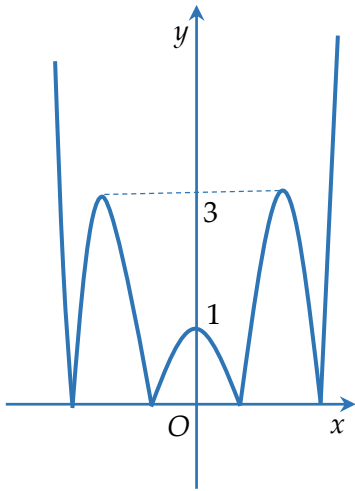
$$\text{Vậy } V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot (a\sqrt{2})^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 27: Đáp án B.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x(2x^2 - x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Ta có bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$



Nhìn vào bảng xét dấu ta thấy hàm số có hai điểm cực tiểu là $x = -\frac{1}{2}$ và $x = 1$,
tức hàm số có hai giá trị cực tiểu là $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{48}$ và $f(1) = -\frac{2}{3}$.

Câu 28: Đáp án C.

$$\text{Đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 2t \end{cases}.$$

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ , $d \cap \Delta = N$, suy ra N là trung điểm của MM' .

$$\text{Khi đó } N = (-1 + 2t; -2 - t; 2t) \Rightarrow \overline{MN} = (-3 + 2t; 1 - t; 2t - 1).$$

$$\text{Do } d \text{ vuông góc với } \Delta \text{ nên } (-3 + 2t) \cdot 2 - 1 \cdot (1 - t) + 2 \cdot (2t - 1) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

$$\text{Khi đó } M'(0; -3; 3).$$

Câu 29: Đáp án A.

Ta có $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , nên ta có

$$\int_{-1}^2 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^2 f(2x) d(2x) = \frac{1}{2} \int_{-2}^4 f(u) du = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1. \text{ Vậy A sai.}$$

Câu 30: Đáp án D.

$$\text{Ta có } z = 1 + \sqrt{3}i \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{1 + \sqrt{3}i} = \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 - 3} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i.$$

Câu 31: Đáp án B.

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đã cho luôn đồng biến trên từng khoảng xác định, suy ra $ad - bc > 0 \Leftrightarrow ad > bc$.

Mặt khác đường tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ nằm phía trên trục hoành, do vậy $\frac{a}{c} > 0$.

Đường tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$ nằm bên phải trục tung, do vậy $-\frac{d}{c} < 0 \Leftrightarrow \frac{d}{c} > 0$.

$$\text{Từ đây ta có } \begin{cases} a > 0; c > 0 \\ a < 0; c < 0 \\ d > 0; c > 0 \\ d < 0; c < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0; c > 0; d > 0 \\ a < 0; c < 0; d < 0 \end{cases}.$$

Mà giao của đồ thị hàm số với trục Oy là một điểm có tung độ âm, tức $\frac{b}{d} < 0$.

Và giao của đồ thị hàm số với trục Ox là một điểm có hoành độ dương, tức là $\frac{-b}{a} > 0 \Leftrightarrow \frac{b}{a} < 0$.

Từ các dữ kiện có được thì ta thấy b luôn khác dấu với a, d nên ta chọn B.

Câu 32: Đáp án B.

$$\text{Phương trình có hai nghiệm } \begin{cases} z_1 = -2 + i \Rightarrow z_1 + 1 = -1 + i \\ z_2 = -2 - i \Rightarrow z_2 + 1 = -1 - i \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } w = (i - 1)^{100} + (i + 1)^{100}$$

$$\text{Ta có } (i - 1)^{100} = (i^2 - 2i + 1)^{50} = (-2i)^{50}$$

STUDY TIP:

Trong các bài toán Oxyz, phương trình đường thẳng thường được đưa về dạng tham số để rút gọn ẩn.

STUDY TIP:

Với các bài toán về số phức, chú ý $i^2 = -1$, nên ta có thể đơn giản hóa biểu thức bậc hai về bậc một.

$$(i+1)^{100} = (i^2 + 2i + 1)^{50} = (2i)^{50}$$

$$\text{Suy ra } w = (-2i)^{50} + (2i)^{50} = 2^{50} \cdot ((-i)^{50} + i^{50}) = 2^{50} \cdot (-2) = -2^{51}$$

Câu 33: Đáp án A.

Để hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ thì $4^x - 2^x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow 2^{2x} - 2^x + m > 0, \forall x.$$

$$\text{Tức } \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}.$$

Câu 34: Đáp án B.

Đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ có bán kính $R = \frac{AC}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$,

Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ có hai đáy lần lượt ngoại tiếp hai đáy của hình hộp chữ nhật đã cho là:

$$S_{tp} = 2 \cdot \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 + 2\pi a\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2}a = 16\pi a^2 \text{ (đvdt)}$$

Câu 35: Đáp án C.

Diện tích hình phẳng được thể hiện ở hình bên.

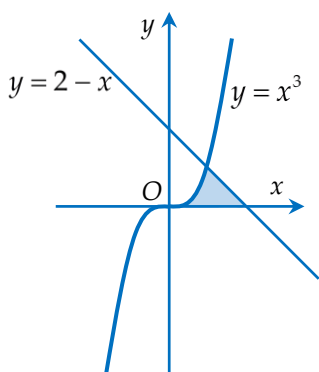
Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 = 2 - x \Leftrightarrow x = 1$$

$$x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{Ta nhận thấy } S = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (2-x) dx = \int_0^1 x^3 dx + \left(\frac{-x^2}{2} + 2x \right) \Big|_1^2 = \frac{1}{2} + \int_0^1 x^3 dx.$$



STUDY TIP:

Ở bài toán này ta có thể nhanh là đáp án A, bởi khi nhân liên hợp, bậc tử sẽ cao hơn bậc mẫu, không tồn tại tiệm cận ngang, do vậy để thỏa mãn thì hệ số của hạng tử có bậc cao nhất ở tử số phải bằng 0, nên chọn A.

Câu 36: Đáp án A.

Để đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang thì ít nhất một trong các điều kiện sau thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (ax + \sqrt{4x^2 + 1}) = y_0; \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax + \sqrt{4x^2 + 1}) = y_0$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (ax + \sqrt{4x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a^2 - 4)x - \frac{1}{x}}{a + \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}$$

Từ đây ta thấy để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang thì $a^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow a = \pm 2$

Câu 37: Đáp án D.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x\sqrt{\ln(x+1)} = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Khi đó thể tích khối tròn xoay được tính bằng công thức

$$V = \pi \int_0^1 x^2 \ln(x+1) dx$$

$$\text{Đặt } u = \ln(x+1) \Rightarrow du = \frac{1}{x+1} dx;$$

$$v dv = x^2 dx \Rightarrow v = \frac{x^3}{3}$$

$$\text{Khi đó } I = \int_0^1 x^2 \ln(x+1) dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^3}{3(x+1)} dx$$

STUDY TIP:

Công thức tích phân từng phần:

$$\int_a^b uv dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{3} \cdot \ln 2 - \frac{1}{3} \int_0^1 \left(x^2 - x + 1 - \frac{1}{x+1} \right) dx \\
&= \frac{1}{3} \cdot \ln 2 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln|x+1| \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{18} (12 \ln 2 - 5) \\
\Rightarrow V &= \frac{\pi}{18} (12 \ln 2 - 5) \text{ (đvtt)}
\end{aligned}$$

Câu 38: Đáp án A.

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Khi đó $2 \cdot (x + yi) = i(x - yi + 3) \Leftrightarrow 2x - y + (2y - x - 3)i = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ -x + 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 1 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{5}.$$

Câu 39: Đáp án C.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -2)$, bán kính $R = \sqrt{16 + 1 + 4 + 4} = 5$.

Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu, do đó $d(I; R) = 5$, ta thấy chỉ có phương án C, D thỏa mãn.

Mặt khác, mặt phẳng cần tìm chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{2}$.

Lấy $A(1; -3; 0) \in d$ thì $A \notin (P): -2x + 2y - z + 11 = 0$, do đó ta chọn C.

Câu 40: Đáp án A.

Ta có

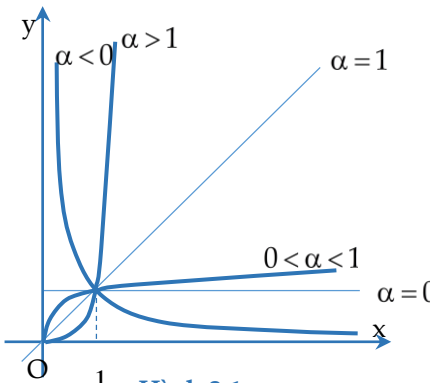
Hàm số $y = x^\alpha$, với $\alpha \in \mathbb{R}$, được gọi là hàm số lũy thừa, các dạng đồ thị của hàm số được thể hiện ở hình 2.1

a. Dạng của đồ thị hàm số lũy thừa: Xét trên khoảng $(0; +\infty)$ thì

Đồ thị của hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ luôn đi qua điểm $(1; 1)$.

Trong hình 2.1 là đồ thị hàm số lũy thừa trên $(0; +\infty)$ ứng với các giá trị khác nhau của α .

b. Bảng tóm tắt tính chất của hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ trên khoảng $(0; +\infty)$.



	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$
Đạo hàm	$y' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$	$y' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$
Chiều biến thiên	Hàm số luôn đồng biến	Hàm số luôn nghịch biến
Tiệm cận	Không có	Tiệm cận ngang là trục Ox , tiệm cận đứng là trục Oy .
Đồ thị	Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(1; 1)$	Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(1; 1)$

Từ đây ta chọn được đáp án A.

Câu 41: Đáp án D.

Vì đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với (C) qua trục tung nên $y(x) = y(-x)$

Khi đó $y = f(x) = \frac{-x+2}{-x-1} = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 42: Đáp án A.

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$), khi đó ta có

$$3|x + yi + i| = |2 \cdot (x - yi) - (x + yi) + 3i|$$

$$\Leftrightarrow 3|x + (y + 1)i| = |x + (3 - 3y)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9x^2 + 9(y + 1)^2} = \sqrt{x^2 + 9(y - 1)^2}$$

$$\Leftrightarrow 8x^2 + 9 \cdot (2y + 2y) = 0 \Leftrightarrow y = \frac{4x^2}{9}.$$

Vậy tập hợp tất cả các điểm M là một parabol.

Câu 43: Đáp án A

Gọi diện tích mặt hồ là S , khi đó lượng bèo hoa dâu ban đầu đã có là $\frac{S}{25}$.

Gọi x là số tuần bèo hoa dâu phủ kín mặt hồ.

$$\text{Khi đó } \frac{S}{25} \cdot 3^x = S \Leftrightarrow 3^x = 25 \Leftrightarrow x = \log_3 25.$$

Vậy sau $7 \times \log_3 25$ ngày thì lượng bèo hoa dâu phủ kín mặt hồ.

Câu 44: Đáp án B.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - \sqrt{2}x \neq 0 \\ x^2 - \sqrt{2}x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 0; x \neq \sqrt{2}.$$

$$\text{Ta có } \log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2)$$

$$\text{Đặt } x^2 - \sqrt{2}x = a \Rightarrow x^2 - \sqrt{2}x + 2 = a + 2$$

Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$\log_3 |a| = \log_5 (a + 2) = t \Rightarrow \begin{cases} |a| = 3^t \\ a + 2 = 5^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5^t - 2 = 3^t \\ 5^t - 2 = -3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5^t - 2 - 3^t = 0(1) \\ 5^t + 3^t - 2 = 0(2) \end{cases}$$

$$\text{Đặt } f(t) = 5^t - 2 - 3^t; g(t) = 5^t + 3^t - 2$$

Bằng phương pháp hàm số ta lần lượt chứng minh được hai phương trình (1), (2) luôn có nhiều nhất một nghiệm trên \mathbb{R} .

$$\text{Mà } f(1) = 0; g(0) = 0, \text{ do vậy ta có } \begin{cases} t = 0 \Rightarrow a = -1 \\ t = 1 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

Với $a = -1$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

Với $a = 3$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn điều kiện.

Câu 45: Đáp án A.

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t^2 - 2t - 2014$ trên \mathbb{R} .

Ta có $f'(t) = 3t^2 + 2t - 2 = 0$, phương trình có hai nghiệm phân biệt, suy ra hàm số có hai cực trị, từ đây ta loại được B.

Với C, D ta thấy không đủ dữ kiện để khẳng định hai phương trình có cùng số nghiệm.

A đúng, bởi khi đặt $x - 1 = u$ thì hai phương trình $f(x) = 2017$ và $f(u) = 2017$ có cùng số nghiệm.

Câu 46: Đáp án D.

Ta có $A(x; y) \Rightarrow z = x + yi (x, y > 0)$

STUDY TIP:

Bài toán tương tự bài toán trong đề thi thử THPT chuyên Lương Văn Tụy mà tôi đã giới thiệu.

$$\text{Khi đó } w = \frac{1}{iz} = \frac{1}{i(x+yi)} = \frac{1}{-y+xi} = \frac{-y-xi}{y^2+x^2} = \frac{-2y}{\sqrt{2}} - \frac{2x}{\sqrt{2}}i.$$

Khi đó ta thấy tọa độ điểm biểu diễn số phức w là $\left(-\frac{2y}{\sqrt{2}}; -\frac{2x}{\sqrt{2}}\right)$.

Đến đây ta chỉ có hai lựa chọn là N hoặc P , tuy nhiên nếu là N thì tọa độ sẽ là $(-y; -x)$, (do nhìn hình ta thấy $OA = ON$).

Từ đây ta chọn điểm P .

Câu 47: Đáp án A.

Gọi M là trung điểm của BC .

Dựng $AM \perp BC$, mặt khác $AM \perp BB'$ suy ra $AM \perp (BCC'B')$

Khi đó $\angle AB'M = 30^\circ$, lại có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB' \sin B' = AM$

Suy ra $AB' = \frac{AM}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3} \Rightarrow BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

Do đó $V = S_a \cdot BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 48: Đáp án C.

Khi quay hình tam giác ACH quanh trục AB ta được khối nón đỉnh A , có đáy là hình tròn tâm H bán kính HC .

Đặt $AH = h; CH = r$

Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ACB ta có $CH^2 = HA \cdot HB$,

Mà $HB = (2R - h)$,

Suy ra $r^2 = h(2R - h) \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi h \cdot (2R - h) \cdot h$

Để thể tích vật thể tròn xoay tạo thành lớn nhất thì $(2R - h) \cdot h^2$ lớn nhất.

Xét hàm số $f(h) = 2R \cdot h^2 - h^3$ trên $(0; 2R)$.

Ta có $f'(h) = 4R \cdot h - 3h^2 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{4R}{3}$ (do $h > 0$). $\Rightarrow r = \sqrt{\frac{4R}{3} \cdot \left(2R - \frac{4R}{3}\right)} = \frac{2\sqrt{2}R}{3}$

Khi đó $\tan \alpha = \frac{CH}{AH} = \frac{r}{h} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{\sqrt{2}}{2}$.

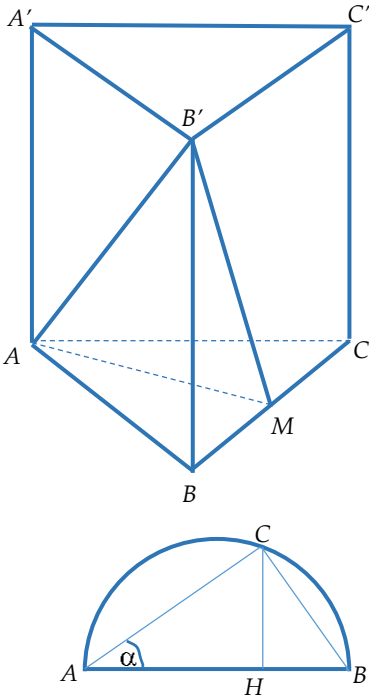
Câu 49: Đáp án C.

Phân tích: Vì hàm quãng đường là nguyên hàm của hàm vận tốc, do đó ta có thể tìm được hàm quãng đường. Mặt khác, khi tiếp đất thì vật đã đi được quãng đường là 162 mét, do vậy ta tính được thời gian t lúc vật chạm đất, lúc này ta tìm được v khi bắt đầu chạm đất.

Lời giải

Ta có $s(t) = \int v(t) dt = \int (10t - t^2) dt = -\frac{t^3}{3} + 5t^2 + C$.

Do ta tính thời điểm ban đầu vật tại vị trí 0 nên $C = 0$.



STUDY TIP:

Với các bạn khá có thể áp dụng bất đẳng thức Cauchy để giải quyết bài toán nhanh hơn.

STUDY TIP:

Hàm vận tốc là đạo hàm cấp một của hàm li độ.

$$-\frac{t^3}{3} + 5t^2 = 162 \Leftrightarrow t = 9 \Rightarrow v(9) = 9(m/p).$$

Câu 50: Đáp án B.

Nhận thấy bài toán tương tự như câu 45, đề số 2 sách “ Bộ đề tinh túy môn Toán 2017” mà tôi đã phân tích chi tiết, ở đây ta thấy, mặt phẳng chứa điểm M và vuông góc với d là mặt phẳng cố định, do vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng đó cũng cố định, nên ta có lời giải sau:

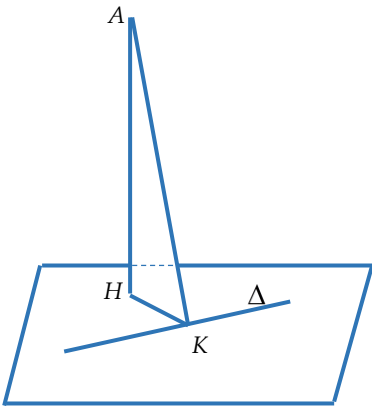
Phương trình mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d là: $2x + 2y - z + 9 = 0$ (P)

Khi đó (P) chứa Δ .

Gọi H là hình chiếu của A lên (P), K là hình chiếu của A lên đường thẳng Δ .

Ta có $AH \leq AK$ (trong tam giác vuông cạnh góc vuông nhỏ hơn cạnh huyền).

Hay $d(A; \Delta) \geq d(A; (P)) = \text{const}$, dấu bằng xảy ra khi $H \equiv K$.



Khi đó phương trình AH là:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases} \Rightarrow H(1 + 2t; 2 + 2t; -3 - t)$$

Mà $H \in (P)$ nên $2(1 + 2t) + 2(2 + 2t) + 3 + t + 9 = 0 \Rightarrow t = -2 \Rightarrow H(-3; -2; -1)$

$\Rightarrow \vec{u}_\Delta = \overrightarrow{HM}(1; 0; 2).$