

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)

Bài 1 (4 điểm).

a) Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x-1)(6-x)} = 1$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 19(x-y)^2 \\ x^2 - xy + y^2 = 7(x-y)^2 \end{cases}$$

Bài 2 (4 điểm).

a) Cho ba số thực khác không a, b, c thỏa mãn điều kiện:

$$a+b+c \neq 0 \text{ và } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}.$$

Tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = (a^{2017} + b^{2017} + c^{2017}) \left(\frac{1}{a^{2017}} + \frac{1}{b^{2017}} + \frac{1}{c^{2017}} \right).$$

b) Tìm tất cả các số tự nhiên n để số $p = \frac{n(n+1)(n+2)}{6} + 1$ là số nguyên tố.

Bài 3 (4 điểm).

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $x^3 + y^3 = (x+y)^2$.

b) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x+y+z=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức: $Q = \frac{1}{x^2+y^2+z^2} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}$.

Bài 4 (5 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính AB , M là một điểm thuộc đoạn OA . Vẽ đường tròn (O') đường kính MB . Gọi I là trung điểm của đoạn MA , kẻ dây cung CD vuông góc với AB tại I . Đường thẳng BC cắt đường tròn (O') tại điểm thứ hai là K .

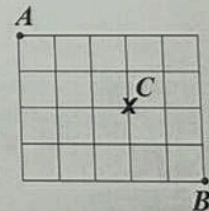
a) Chứng minh ba điểm D, M, K thẳng hàng.

b) Đường thẳng IK có vị trí tương đối như thế nào đối với (O') ? Chứng minh điều đó.

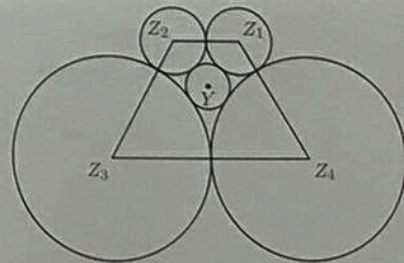
c) Xác định vị trí của điểm M trên đoạn OA để diện tích tam giác IKO' đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5 (3 điểm).

a) Một thị trấn có đường phố được quy hoạch dạng “ô bàn cờ”, kích thước $4km \times 5km$ như hình vẽ bên. Hỏi có bao nhiêu hành trình ngắn nhất để đi từ điểm A đến điểm B đi theo các đường lưới biết rằng ở ngã tư điểm C đang sửa chữa không đi qua được.



b) Cho C_1, C_2, C_3 và C_4 là bốn đường tròn với các bán kính tương ứng là 1, 1, 3 và 3, có các tâm đường tròn lần lượt là Z_1, Z_2, Z_3 và Z_4 sao cho các đường tròn C_1 và C_2 , C_2 và C_3 , C_3 và C_4 , C_4 và C_1 tiếp xúc nhau. Đường tròn C có tâm là Y nhỏ hơn và tiếp xúc với cả 4 đường tròn ở trên (như hình vẽ). Tính bán kính đường tròn tâm C .



----- HẾT -----

Ghi chú: - Học sinh không sử dụng tài liệu, không trao đổi khi làm bài.
- Giáo viên trông kiểm tra không giải thích gì thêm.

Họ tên học sinh: Trường THCS..... SBD:

Chữ ký Giám thị 1: Chữ ký Giám thị 2: