

**I. Trắc nghiệm (2,0 điểm):**

**Câu 1.** Tập nghiệm của bất phương trình  $-x^2 + x + 12 \geq 0$  là :

- A.  $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$ .      B.  $\emptyset$ .      C.  $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$ .      D.  $[-3; 4]$ .

**Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{x+1}{2-x} < 0$  là:

- A.  $[-1; 2]$ .      B.  $(-1; 2)$ .      C.  $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ .      D.  $[-1; 2)$ .

**Câu 3.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để với mọi  $x \in \mathbb{R}$ , biểu thức  $f(x) = x^2 + (m+2)x + 8m + 1$  luôn nhận giá trị dương ?

- A. 27.      B. 28.      C. vô số.      D. 26.

**Câu 4.** Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra 1 tiết môn Toán của 40 học sinh như sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1	40

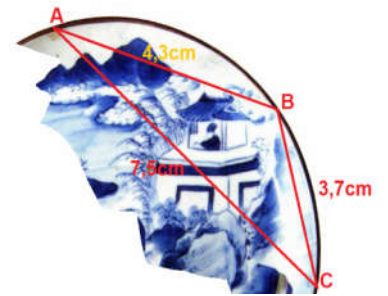
Số trung vị ( $M_e$ ) và mốt ( $M_0$ ) của bảng số liệu thống kê trên là:

- A.  $M_e = 8; M_0 = 40$ .      B.  $M_e = 6; M_0 = 18$ .      C.  $M_e = 6; M_0 = 6$ .      D.  $M_e = 7; M_0 = 6$ .

**Câu 5.** Biểu thức  $P = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$  có biểu thức rút gọn là:

- A.  $P = 2 \sin x$ .      B.  $P = -2 \sin x$ .      C.  $P = 0$ .      D.  $P = -2 \cot x$ .

**Câu 6.** Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ( $AB = 4,3 \text{ cm}; BC = 3,7 \text{ cm}; CA = 7,5 \text{ cm}$ ). Bán kính của chiếc đĩa này bằng (kết quả làm tròn tới hai chữ số sau dấu phẩy).



- A. 5,73 cm.      B. 6,01 cm.      C. 5,85 cm.      D. 4,57 cm.

**Câu 7.** Phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm  $A(3; -1), B(-6; 2)$  là :

- A.  $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2t \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - t \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -6 - t \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases}$ .

**Câu 8.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình:  $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$  là phương trình đường tròn.

- A.  $1 < m < 2$ .      B.  $m < -2$  hoặc  $m > -1$ .      C.  $m < -2$  hoặc  $m > 1$ .      D.  $m < 1$  hoặc  $m > 2$ .

## II. Tự luận (8,0 điểm):

**Câu 1 (2,5 điểm).** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\frac{x^2 - 3x - 4}{x - 1} \leq 0.$

b)  $\sqrt{x^2 + 2017} \leq \sqrt{2018} x.$

**Câu 2 (1,5 điểm).**

Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  và  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = \tan \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$ .

**Câu 3 (3,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(3;1)$ , đường thẳng  $\Delta: 3x + 4y + 1 = 0$  và đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$ .

- Tìm tọa độ tâm, tính bán kính của đường tròn  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C)$  biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng  $\Delta$ .
- Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A$  và cắt đường tròn  $(C)$  tại hai điểm  $B, C$  sao cho  $BC = 2\sqrt{2}$ .
- Tìm tọa độ điểm  $M(x_0; y_0)$  nằm trên đường tròn  $(C)$  sao cho biểu thức  $T = x_0 + y_0$  đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

**Câu 4 (1,0 điểm).** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 4x^2 + \sqrt{2x^2 + 3x + 2} + 6x + 2018$  trên đoạn  $[0; 2]$ .

-----HẾT-----

Họ và tên học sinh:.....Số báo danh:.....

Họ, tên, chữ ký của giám thị:.....

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN, BIỂU ĐIỂM

(Đáp án, biểu điểm gồm 4 trang)

I. Trắc nghiệm (2,0 điểm): Mỗi câu đúng cho 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	C	A	C	B	A	B	D

II. Tự luận (8,0 điểm):

Câu	Đáp án	Điểm																												
Câu 1.a (1,25 điểm).	a. Giải bất phương trình $\frac{x^2 - 3x - 4}{x - 1} \leq 0$ (1)																													
	ĐK $x \neq 1$ VT (1) = 0 khi $x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 4$	0,25																												
	Lập bảng xét dấu																													
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>4</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>x^2 - 3x - 4</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>x - 1</math></td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>VT (1)</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>  </td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$4$	$+\infty$	$x^2 - 3x - 4$	+	0	-	-	0	+	$x - 1$	-	-	0	+	+	+	VT (1)	-	0	+		-	0	+	0,75
	$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$4$	$+\infty$																								
$x^2 - 3x - 4$	+	0	-	-	0	+																								
$x - 1$	-	-	0	+	+	+																								
VT (1)	-	0	+		-	0	+																							
Tập nghiệm BPT là: $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4]$ .	0,25																													
Câu 1.b (1,25 điểm).	b. Giải bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2017} \leq \sqrt{2018} x$																													
	+) Vì $x^2 + 2017 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ . Suy ra $x > 0$ , hai vế cùng dương nên bình phương 2 vế	0,25																												
	$\sqrt{x^2 + 2017} \leq \sqrt{2018} x \Leftrightarrow x^2 + 2017 \leq 2018x^2$	0,25																												
	$\Leftrightarrow x^2 \geq 1$	0,25																												
	$\Leftrightarrow x \leq -1$ hoặc $x \geq 1$	0,25																												
	Kết hợp $x > 0$ , tập nghiệm BPT là: $T = [1; +\infty)$	0,25																												
Câu 2 (1,5 điểm).	Cho góc $\alpha$ thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ . Tính giá trị của biểu thức $A = \tan \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$ .																													
	+) Vì góc $\alpha$ thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\frac{\pi}{4} < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2}$ suy ra $\cos \frac{\alpha}{2} > 0$ .	0,25																												

	+) Do $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ nên giá trị của $\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$	0,5
	+) Do đó $\tan \frac{\alpha}{2} = 2$	0,25
	+) Biểu thức $A = \tan \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \frac{\alpha}{2} - 1}{\tan \frac{\alpha}{2} + 1}$	0,25
	+) Vậy biểu thức $A = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$	0,25
<b>Câu 3</b>	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy$ , cho điểm $A(3;1)$ , đường thẳng $\Delta: 3x+4y+1=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y+3=0$ .	
<b>Câu 3.a</b> <b>(1,0 điểm).</b>	<b>a)</b> Tìm tọa độ tâm, tính bán kính của đường tròn $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C)$ biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta$ .	
	<b>a1.</b> Tìm tọa độ tâm, tính bán kính của đường tròn $(C)$ .	
	$(C): \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$ . Tọa độ tâm $I(1;2)$ ; Bán kính $R = \sqrt{2}$	0,25
	<b>a2.</b> Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C)$ biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta$ .	
	+) Gọi $\Delta_1$ là tiếp tuyến của đường tròn $(C)$ . Vì $\Delta_1$ song song với $\Delta$ nên $\Delta_1$ có phương trình dạng: $3x+4y+D=0, D \neq 1$	0,25
	+) Vì $\Delta_1$ là tiếp tuyến của đường tròn $(C)$ nên $d(I, \Delta_1) = R$ $\Leftrightarrow \frac{ 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + D }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow  D+11  = 5\sqrt{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow D = -11 \pm 5\sqrt{2}$ (thỏa mãn) +) Có 2 tiếp tuyến là: $3x+4y-11 \pm 5\sqrt{2} = 0$	0,25
<b>Câu 3.b</b> <b>(1,0 điểm).</b>	<b>b)</b> Viết phương trình tổng quát của đường thẳng $d$ đi qua điểm $A$ và cắt đường tròn $(C)$ tại hai điểm $B, C$ sao cho $BC = 2\sqrt{2}$ .	
	+) Đường thẳng $d$ đi qua điểm $A$ và cắt đường tròn $(C)$ tại hai điểm $B, C$ sao cho $BC = 2\sqrt{2}$ . Nhận thấy $BC = 2\sqrt{2} = 2R$ , suy ra tâm đường tròn $I \in d$	0,25
	+) Đường thẳng $d$ đi qua điểm $A, I$ . Suy ra một VTCP của $d$ là $\vec{AI} = (-2;1)$ hay một VTPT của đường thẳng $d$ là $\vec{n} = (1;2)$	0,25
	+) Phương trình đường thẳng $d: 1(x-3)+2(y-1)=0$	0,25
	+) Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d: x+2y-5=0$	0,25
<b>Câu 3.c</b> <b>(1,0</b>	<b>c)</b> Tìm tọa độ điểm $M(x_0; y_0)$ trên đường tròn $(C)$ sao cho biểu thức $T = x_0 + y_0$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.	

<b>điểm).</b>	+) Vì điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ nên ta có $x_0^2 + y_0^2 - 2x_0 - 4y_0 + 3 = 0$ (*) Từ biểu thức $T = x_0 + y_0$ suy ra $y_0 = T - x_0$ . Thế vào (*) ta được: $x_0^2 + (T - x_0)^2 - 2x_0 - 4(T - x_0) + 3 = 0$ $\Leftrightarrow 2x_0^2 + 2(1 - T)x_0 + T^2 - 4T + 3 = 0$ (**)	<b>0,25</b>											
	+) Vì cần tồn tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ nên phương trình (**) có nghiệm $x_0$ , tức là: $\Delta' = (1 - T)^2 - 2(T^2 - 4T + 3) \geq 0$ $\Leftrightarrow T^2 - 6T + 5 \leq 0$ $\Leftrightarrow 1 \leq T \leq 5$	<b>0,25</b>											
	Vậy: $\min T = 1 \Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1$ . Vậy tọa độ $M(x_0; y_0) \in (C)$ cần tìm là $M(0; 1)$	<b>0,25</b>											
	và $\max T = 5 \Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 3$ . Vậy tọa độ $M(x_0; y_0) \in (C)$ cần tìm là $M(2; 3)$	<b>0,25</b>											
	<b>Chú ý:</b> +) Áp dụng BĐT Bunhiacopxki (Nếu không chứng minh, trừ 0,25 điểm)												
	$ 1(x_0 - 1) + 1(y_0 - 2)  \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)((x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2)} = 2$ từ đó suy ra được	<b>0,25</b>											
	$\Leftrightarrow 1 \leq x_0 + y_0 \leq 5$ .	<b>0,25</b>											
	Vậy: $\min T = 1$ khi đó điểm $M(0; 1)$	<b>0,25</b>											
	và $\max T = 5$ khi đó điểm $M(2; 3)$	<b>0,25</b>											
	<b>Câu 4 (1,0 điểm).</b>	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4x^2 + \sqrt{2x^2 + 3x + 2} + 6x + 2018$ trên đoạn $[0; 2]$ .											
Đặt $t = \sqrt{2x^2 + 3x + 2}$ Khi đó $y = 2t^2 + t + 2014 = f(t)$		<b>0,25</b>											
Xét $g(x) = 2x^2 + 3x + 2, \forall x \in [0; 2]$ Vì $a = 2 > 0$ và $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{4}$ nên BBT hàm số $g(x) = 2x^2 + 3x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$													
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tbody> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\frac{3}{4}</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td></td> <td><math>2</math></td> <td><math>16</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </tbody> </table>	$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$	$0$	$2$	$+\infty$	$g(x)$	$+\infty$		$2$	$16$	$+\infty$	
$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$	$0$	$2$	$+\infty$								
$g(x)$	$+\infty$		$2$	$16$	$+\infty$								
Hay $2 \leq g(x) \leq 16, \forall x \in [0; 2]$ Vậy $\forall x \in [0; 2]$ thì $t \in [\sqrt{2}; 4]$	<b>0,25</b>												

<p>Suy ra ta tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số <math>f(t) = 2t^2 + t + 2014</math> trên đoạn <math>[\sqrt{2}; 4]</math></p> <p>Vì <math>a = 2 &gt; 0</math> và <math>t = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{4}</math> nên BBT hàm số <math>f(t) = 2t^2 + t + 2014</math> trên đoạn <math>[\sqrt{2}; 4]</math></p>														
<table border="1"> <tr> <td><math>t</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\frac{1}{4}</math></td> <td><math>\sqrt{2}</math></td> <td><math>4</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(t)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td></td> <td><math>2018 + \sqrt{2}</math></td> <td><math>2050</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$t$	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$\sqrt{2}$	$4$	$+\infty$	$f(t)$	$+\infty$		$2018 + \sqrt{2}$	$2050$	$+\infty$		<b>0,25</b>
$t$	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$\sqrt{2}$	$4$	$+\infty$									
$f(t)$	$+\infty$		$2018 + \sqrt{2}$	$2050$	$+\infty$									
<p>Vậy GTNN của hàm số bằng <math>2018 + \sqrt{2}</math> đạt được khi <math>t = \sqrt{2}</math> hay <math>x = 0</math> và GTLN của hàm số bằng 2050 đạt được khi <math>t = 4</math> hay <math>x = 2</math></p>		<b>0,25</b>												

**Chú ý:**

- Các cách giải mà đúng và sử dụng trong chương trình (tính đến thời điểm khảo sát) đều cho điểm tối đa theo mỗi câu, mỗi ý. Biểu điểm chi tiết của mỗi câu, mỗi ý đó chia theo các bước giải tương đương;
- Điểm của toàn bài làm tròn tới 0,5.

**Ví dụ:** 4,25 làm tròn 4,5  
 4,75 làm tròn 5,0  
 4,5 ghi điểm 4,5  
 5,0 ghi điểm 5,0

**HẾT**