SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRUNG TÂM BDVH EDUFLY

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI THỬ LẦN 3 VÀO LỚP 10
Môn Toán: Lớp 9
Năm học 2017 – 2018
Ngày thi: 15/04/2018
Thời gian làm bài: 120 phút
(*Không kể thời gian phát đề*)

Bài 1 (2,0 *điểm*).

Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{10-5\sqrt{x}}{x-5\sqrt{x}+6}$ với $x\ge 0, x\ne 9, x\ne 4$

a. Tính giá trị biểu thức A khi x = $3-2\sqrt{2}$.

b. Rút gọn biểu thức B.

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P = A : B

Bài 2 (2.0 *điểm*). *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Hai bến sông A và B cách nhau 240km. Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến địa điểm C nằm chính giữa hai bến A và B, cùng lúc đó một ca nô ngược dòng từ B đến C. Ca nô từ A đến C trước ca nô đi từ B đến C một giờ. Tìm vận tốc của dòng nước biết vận tốc thực của hai ca nô bằng nhau và bằng 27km/h.

Bài 3 (2.0 *điểm*).

1. Biết phương trình $x^2-(\sqrt{3}-1)x-2m^2+\sqrt{3}=0$ có một nghiệm bằng 1. Tìm m và tìm nghiệm còn lại.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $(d): y = mx + 2$ và parabol $(P): y = x^2$.

   a. Chứng minh rằng với mọi số thực m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

   b. Gọi $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ là giao điểm của (d) và (P). Tìm các giá trị của m để $y_1^2+y_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4 (3.5 *điểm*).

Cho đường tròn (O) và dây cung AB, trên tia AB lấy 1 điểm C nằm ngoài đường tròn. Từ điểm chính giữa P của cung lớn AB kẻ đường kính PQ, cắt dây AB tại D. Tia CP cắt đường tròn tại điểm thứ hai I, các dây AB và QI cắt nhau tại K.

a. Chứng minh tứ giác $PDKI$ nội tiếp được.

b. Chứng minh $CI.CP=CK.CD$. Chứng minh hai tam giác QAI và BKI đồng dạng.

c. Chứng minh IC là phân giác góc ngoài đỉnh I của tam giác AIB.

d. Cho A, B, C cố định. Chứng minh rằng khi (O) thay đổi nhưng vẫn đi qua A, B thì đường thẳng QI luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5 (0.5 *điểm*).

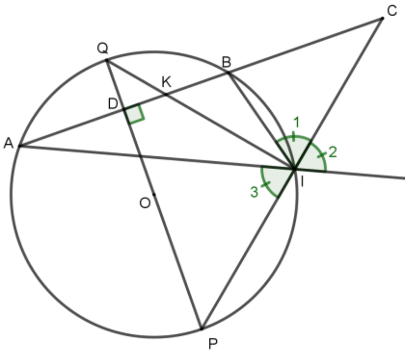
Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 3$. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a^2}{a+2b^2}+\frac{b^2}{b+2c^2}+\frac{c^2}{c+2a^2}\ge 1.$$

---------- HẾT ----------

ĐỀ THI THỬ LẦN 3 VÀO LỚP 10
Môn Toán; Lớp 9; Năm học 2017 – 2018
ĐÁP ÁN - HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
1	1. Tính $\sqrt{x}=\sqrt{2}-1$ Từ đó ta tính được $A=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$	0,25 0,25
	2. Biến đổi $B=\dfrac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)-(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)-10+5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ Rút gọn được $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$	0,25 0,5
	3. Biến đổi được $P=A:B=\dfrac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ P=$\sqrt{x}+1+\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}-4$. Áp dụng BĐT Côsi có $P\geq 2\sqrt{3}-4$ Kết luận $P_{\min}=2\sqrt{3}-4$ khi $x=4-2\sqrt{3}$	0,25 0,25 0,25
2	Gọi vận tốc dòng nước là x (km/h) $(0<x<27)$ $v_{xuôi}=27+x$ (km/h); $v_{ngược}=27-x$ (km/h) Theo bài ta có phương trình: $\dfrac{120}{27+x}+1=\dfrac{120}{27-x}\Leftrightarrow 120(27-x)+(27+x)(27-x)=120(27+x)$ $\Leftrightarrow -x^2-240x+729=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=-243(L)\end{array}\right.$ Vậy vận tốc dòng nước bằng 2km/h.	0.5 0.5 0.5 0.5
3	1. Phương trình $x^2-(\sqrt{3}-1)x-2m^2+\sqrt{3}=0$ có một nghiệm bằng 1 $1-(\sqrt{3}-1)-2m^2+\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-1\end{array}\right.$ Theo vi – ét: $x_1x_2=\sqrt{3}-2m^2=\sqrt{3}-2$ Vậy nghiệm còn lại là $\sqrt{3}-2$	0.25 0.25
	2a. (d) cắt (P) ta có: $x^2-mx-2=0\Rightarrow\Delta=m^2+8>0\quad\forall m$ Vậy với mọi số thực *m*, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.	0.5
	2b. $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ là giao điểm của (d) và (P): $y_1=x_1^2;\quad y_2=x_2^2$ Theo vi – ét: $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=2\end{cases}$ $y_1^2+y_2^2=x_1^4+x_2^4=\left(x_1^2+x_2^2\right)^2-2x_1^2x_2^2=\left[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2\right]^2-2(x_1x_2)^2$ $=\left[m^2-4\right]^2-8\geq -8.$	0.25 0.25 0,25

	Vậy $y_1^2 + y_2^2$ đạt GTNN khi $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$	0.25
4	 a. PQ là đường kính (O), AB là dây $PD \perp DK \Rightarrow PDK = 90^o$ $I \in (O) \Rightarrow QIP = 90^o$. Hai góc vuông này đối nhau nên tứ giác PDKI nội tiếp được.	0.5 0.5
	b.Xét 2 tam giác vuông CIK và CDP có C chung $\Rightarrow \Delta CIK \sim \Delta CDP \Rightarrow \dfrac{CI}{CD} = \dfrac{CK}{CP} \Rightarrow CI.CP = CK.CD$ Ta có $\text{QIA} = \text{QIB}$ (Q là điểm chính giữa cung AB). $\text{QAI} = \text{BKI} = \dfrac{1}{2}\text{sdQI}$. Suy ra 2 tam giác QAI và BKI đồng dạng.	0.5 0.5
	c. PQ là đường kính (O), P là điểm chính giữa cung lớn AB $\Rightarrow AQ = QB \Rightarrow BIQ = AIQ$ $I_1 + BIQ = 90^o = I_2 + AIQ \Rightarrow I_1 = I_2$. Mà $I_2 = I_3$ (đối đỉnh) nên $I_1 = I_2$ hay IC là phân giác góc ngoài đỉnh I của tam giác AIB.	0.5 0.5
	d.Ta có $\text{CK.CD} = \text{CI.CP} = \text{CB.CA}$. Vì A, B, C cố định, D là trung điểm của AB nên CD không đổi. Vậy CK không đổi hay K cố định. Suy ra QI luôn đi qua điểm K cố định.	0.5

5	$P=\frac{a^2}{a+2b^2}+\frac{b^2}{b+2c^2}+\frac{c^2}{c+2a^2}$ $\Rightarrow 3-P=a+b+c-(\frac{a^2}{a+2b^2}+\frac{b^2}{b+2c^2}+\frac{c^2}{c+2a^2})$ $=\frac{2ab^2}{a+2b^2}+\frac{2bc^2}{b+2c^2}+\frac{2ca^2}{c+2a^2}$ Ta chứng minh $\frac{2ab^2}{a+2b^2}+\frac{2bc^2}{b+2c^2}+\frac{2ca^2}{c+2a^2}\le 2\Leftrightarrow\frac{ab^2}{a+2b^2}+\frac{bc^2}{b+2c^2}+\frac{ca^2}{c+2a^2}\le 1$ $\Leftrightarrow\frac{1}{\frac{1}{b^2}+\frac{2}{a}}+\frac{1}{\frac{1}{c^2}+\frac{2}{b}}+\frac{1}{\frac{1}{a^2}+\frac{2}{c}}\le 1$ Ta có $\frac{1}{b^2}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a}\ge\frac{3}{\sqrt[3]{a^2b^2}},\frac{1}{c^2}+\frac{1}{b}+\frac{1}{b}\ge\frac{3}{\sqrt[3]{c^2b^2}},\frac{1}{a^2}+\frac{1}{c}+\frac{1}{c}\ge\frac{3}{\sqrt[3]{a^2c^2}}.$ Vậy $\frac{1}{\frac{1}{b^2}+\frac{2}{a}}+\frac{1}{\frac{1}{c^2}+\frac{2}{b}}+\frac{1}{\frac{1}{a^2}+\frac{2}{c}}\le\frac{1}{3}(\sqrt[3]{ab^2}+\sqrt[3]{bc^2}+\sqrt[3]{ca^2})$ Đặt $a=x^3,b=y^3,c=z^3$. Ta có $x^3+y^3+z^3=3$. Ta chứng minh $x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2\le 3$. Ta có $2x^3+1\ge 3x^2,2y^3+1\ge 3y^2\Rightarrow 4x^3y^3+2(x^3+y^3)+1\ge 9x^2y^2$ Tương tự $4z^3y^3+2(z^3+y^3)+1\ge 9z^2y^2$ và $4z^3x^3+2(z^3+x^3)+1\ge 9z^2x^2$ $9(x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2)\le 4(x^3y^3+y^3z^3+z^3x^3)+4(x^3+y^3+z^3)+3$ Vậy $\le 4\frac{(x^3+y^3+z^3)^2}{3}+12+3=27\Rightarrow x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2\le 3.$	0.25 0.25

Lưu ý:

- Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Bài IV: Thí sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó.