

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1 (2.5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{5}{\sqrt{x+2}}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{\sqrt{x+2}} \right) : \frac{x+4}{2\sqrt{x+4}}$, với $x \geq 0, x \neq 4$.

1. Tính giá trị của biểu thức A biết $x = \frac{1}{9-4\sqrt{5}}$.
2. Rút gọn biểu thức B .
3. Tìm các số thực x thỏa mãn $P = \frac{A}{B}$ nhận giá trị là các số nguyên.

Bài 2 (1,5 điểm) Giải bài toán bằng lập hệ phương trình hoặc phương trình.

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km với vận tốc trung bình dự định. Khi đi từ B trở về A người đó tăng vận tốc trung bình thêm 4km/h so với lúc đi, nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc trung bình dự định của xe đạp khi đi từ A đến B.

Bài 3(2,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2x}{x+y} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} = 3 \\ \frac{3y}{x+y} - \sqrt{x} = -2 \end{cases}$$

- 2) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$, với m là tham số.
 - a) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
 - b) Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm các giá trị của m để $x_1 + 1 = \sqrt{x_2}$.

Bài 4(3.5 điểm).

Cho tam giác ABC có góc A bằng 60° , $AC = b$; $AB = c$ (với $b > c$). Đường kính EF của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (F nằm trên cung nhỏ BC), vuông góc với BC tại M. Gọi I và J lần lượt là hình chiếu của E lên AB và AC. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của F trên AB và AC.

1. Chứng minh các tứ giác AIEJ và CMJE nội tiếp.
2. Chứng minh I, J, M thẳng hàng.
3. Chứng minh IJ vuông góc với HK.
4. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC theo b và c .

Bài 5(0.5 điểm).

Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a, b \geq 0$, $0 \leq c \leq 1$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = ab + bc + ca + 3(a + b + c).$$